

А. Г. Багдоев

Об асимптотических законах для ударного давления

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Г. Назаровым 31/1 1961)

Рассмотрим плоскую задачу проникания давления в полупространство, занятое сжимаемой жидкостью. Уравнение состояния для жидкости

$$P = B \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^n - 1 \right], \tag{1}$$

где P —давление, ρ —плотность жидкости, B, n, ρ_0 —const. Для давлений порядка 1000 атмосфер $\frac{P}{Bn}$ мало и движение можно рассматривать с точностью до малых второго порядка. Выберем ось Ox по поверхности жидкости, ось Oy направим внутрь. На границе жидкости имеем условие

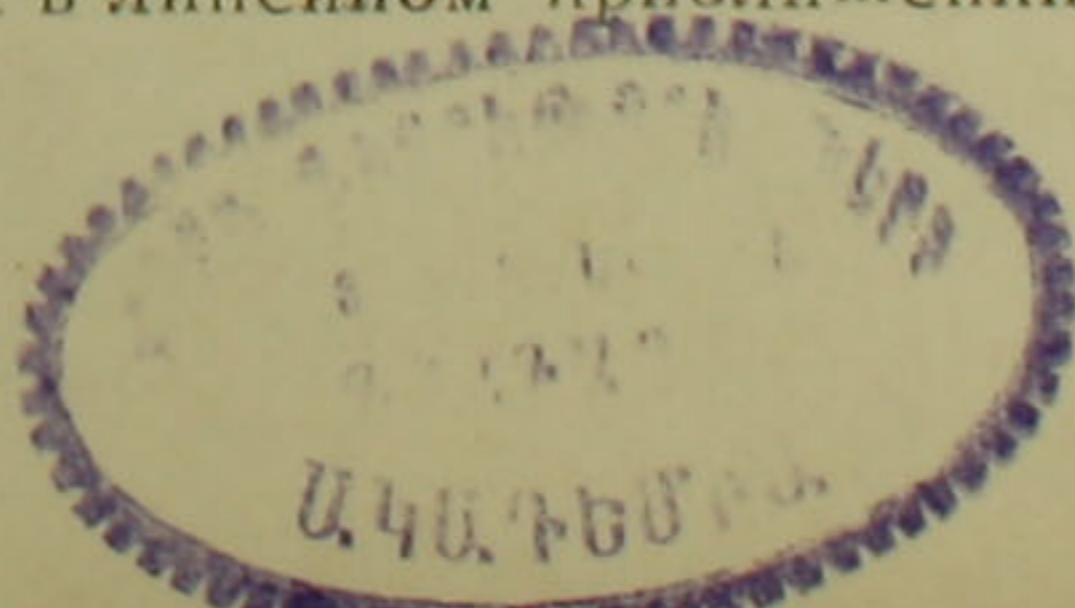
$$P(x, 0, t) = \begin{cases} \tilde{P}_1(t) f \left[\frac{|x|}{R(t)} \right] & x < R(t) \\ 0 & x > R(t) \end{cases} \tag{2}$$

где $x = R(t)$ —координата давления на поверхности $f(0) = 0, f(1) = 1$. В линейном приближении имеем для характеристических поверхностей, проходящих через точку $x = \chi R(t')$, $t = t', t' = t_0 + t'_0, \chi < 1, t'_0 > 0$

$$y_1 = a_0 (t - t_0) \cos \alpha_1(t_0) - \chi' R(t_0) \times \\ \times \frac{a_0 (t - t_0) \sin \alpha_1(t_0) \frac{\partial \alpha_1(t_0)}{\partial t_0} + a_0 \cos \alpha_1(t_0)}{R'(t_0) + a_0 (t - t_0) \cos \alpha_1(t_0) \frac{\partial \alpha_1(t_0)}{\partial t_0} + a_0 \sin \alpha_1(t_0)}, \tag{3}$$

где $\chi' = 1 - \chi, t_0$ —момент прохождения фронта через точку границы $x = R(t_0), t'_0$ —мало.

Давление на характеристике в линейном приближении запишется:



$$P_1 = \tilde{P}_1(t_0 + t'_0) f \left[\frac{\chi R(t_0 + t'_0)}{R(t_0 + t'_0)} \right] \frac{\sqrt{\frac{r(t_0 + t'_0)}{a_0}}}{\sqrt{t - t_0 + \frac{r(t_0 + t'_0)}{a_0}}}. \quad (4)$$

В случае учета второго порядка имеем уравнение характеристик

$$y = y_1 + \frac{1}{Bn} y_2, \quad (5)$$

причем

$$y_2 = a_0 \frac{n+1}{2} \frac{\tilde{P}_1(t_0) f(\chi)}{\cos \alpha_1(t_0)} \cdot 2 \sqrt{\frac{r(t_0)}{a_0}} \times \\ \times \left[\sqrt{t - t_0 + \frac{r(t_0)}{a_0}} - \sqrt{\frac{r(t_0)}{a_0}} \right]. \quad (6)$$

Для $t \rightarrow \infty$ в силу наличия нелинейного затухания $\chi \rightarrow 0$. Пусть давление вблизи $\chi = 0$ аналитично. Уравнение для ударного фронта имеет вид (2)

$$\frac{\frac{\partial y}{\partial t}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2}} = a_0 \left(1 + \frac{n+1}{4} \frac{P_1}{Bn} \right). \quad (7)$$

Подставляя (5) в (7) с учетом (3) и (6), полагая $f(x) = A \cdot \chi$, имеем

$$-\frac{\partial \chi'}{\partial t} a_0 \operatorname{tg} \alpha_1(t_0) \frac{\partial \alpha_1(t_0)}{\partial t_0} \Big|_{t=t_0} + \frac{\partial \chi}{\partial t} a_0 \frac{n+1}{2} A \frac{\sqrt{\frac{r(t_0)}{a_0}}}{\cos \alpha_1(t_0)} \sqrt{t - t_0 + \frac{r(t_0)}{a_0}} \times \\ \times 2 \frac{1}{Bn} = -\chi a_0 \frac{n+1}{4} \frac{1}{Bn} \frac{\sqrt{\frac{r(t_0)}{a_0}}}{\cos \alpha_1(t_0)} A \frac{1}{\sqrt{t - t_0 + \frac{r(t_0)}{a_0}}}. \quad (8)$$

Для конечных t вторым слагаемым в левой части полученного уравнения можно пренебречь. Для больших t можно пренебречь первым слагаемым и получить

$$\chi = \frac{B}{\sqrt[4]{t - t_0 + \frac{r(t_0)}{a_0}}}, \quad (8)$$

где B найдется из граничных условий в точке $t = t_0$.

Подставляя полученное значение χ в (3), найдем для больших t

$$P_1 = \tilde{P}_1(t_0) AB \frac{\sqrt{\frac{r(t_0)}{a_0}}}{t^{\frac{3}{4}}}.$$

Полученный закон по форме совпадает с результатом (1). Из (7) можно найти уравнение движения фронта ударной волны. Для осесимметричного случая аналогично найдем $P_1 \sim \frac{1}{t\sqrt{\ln t}}$.

В случае, если $f(\chi) = A\chi^a$, можно получить закон затухания с измененным показателем.

Институт математики и механики
Академии наук Армянской ССР

Ա. Գ. ԲԱԳԴՅԱՆ

Հարվածող ալիքների առիմպսոնիկ օրենքների մասին

Հուշված է իդեալական հեղուկում ճնշման տարածման խնդիրը, երբ ձայնի արագությունը կախված է ճնշումից:

Փամանակի մեծ ինտերվալների համար՝ t հաշվված է ճնշումը հարվածող ալիքի վրա և ստացված է ճնշման օրենքը $\frac{1}{3}$ տեսքով: Ստացված օրենքը ճիշտ է հարթ խնդրի

դեպքում, իսկ առանցքասիմետրիկ խնդրի դեպքում ճնշման օրենքը ստացված է $\frac{1}{t\sqrt{\ln t}}$ տեսքով:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Л. Д. Ландау, ПММ, т. IX, в. 4, 1945. ² Л. И. Седов, Методы подобия и размерности в механике, Гостехиздат, М., 1957. ³ А. Г. Багдоев, ДАН АрмССР, т. XXVIII, № 2 (1959).