ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXI 1975 5

УДК 539.3

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

В. С. Тоноян, А. Ф. Минасян

Несимметричная контактная задача для полуплоскости с вертикальным конечным разрезом

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Б. Л. Абрамяном 9/IX 1975)

Исследованию плоской смешанной задачи теории упругости для плоскости и полуплоскости с разрезом посвящено много работ, о которых подробно изложено в обзорном докладе И. Снеддона [1]. Симметричные контактные и смешанные задачи для полуплоскости с вертикальными конечными и бесконечными разрезами рассматривались в работах [2–7] и др.

В настоящей статье рассматривается контактная задача плоской теории упругости для изотропной полуплоскости, ослабленной прямолинейным разрезом, выходящим на границу полуплоскости перпендикулярно к ней. На участке $(-a_2, a_1)$ границы полуплоскости приложен жесткий штамп с произвольным основанием, расположенный не симметрично относительно разреза. После решения задачи при принятых допущениях устраняются особенности напряжений и получаются уравнения определяющие глубины разреза и зоны контакта.

Рассмотрим плоскую несимметричную задачу для упругой изотропной полуплоскости, разрезанной вдоль вертикальной оси, начиная от горизонтальной границы, на конечную длину a. На участке $(-a_2, a_1)$ границы полуплоскости приложен жесткий штамп с основанием произвольной формы, расположенный несимметрично относительно оси разреза. Предполагается, что трение между штампом и полуплоскостью отсутствует. Для простоты принимается также, что граница полуплоскости вне штампа и разрез свободен от внешних усилий. На вертикальной оси вне разреза заданы условия полного контакта (рис. 1). Поставленная задача сводится к определению одной бигармонической функции. Полагаем, что эта функция в области правого квадранта принимает значение $\Phi_1(x; y)$, а в области левого квадранта $\Phi_2(x; y)$.

Ищем функции $\Phi_i(x; y)$ $(i=1, 2)$ в виде

$$\Phi_1(x, y)=\int_0^\infty [A_1(\alpha)+\alpha x B_1(\alpha)]e^{-\alpha x}\cos(\alpha y)d\alpha+\int_0^\infty [C_1(\beta)+$$

$$+\beta y D_1(\beta)]e^{-\beta y}\sin(\beta x)\,d\beta. \tag{1}$$

$$0<x<\infty;\quad 0<y<\infty$$

$$\Phi_2(x;y)=\int_0^\infty [A_2(\alpha)-\alpha x B_2(\alpha)]e^{\alpha x}\cos(\alpha y)d\alpha+\int_0^\infty [C_2(\beta)+\beta y D_2(\beta)]e^{-\beta y}\sin(\beta x)d\beta$$

$$-\infty<x<0\quad 0<y<\infty$$

Здесь $A_i(\alpha)$, $B_i(\alpha)$, $C_i(\beta)$, $D_i(\beta)$, $(i=1,\ 2)$ неизвестные функции, подлежащие определению из граничных условий и условий контакта.

Напряжения и перемещения выражаются через функцию напряжений $\Phi_i(x;y)$ $(i=1,\ 2)$ по известным соотношениям [8]

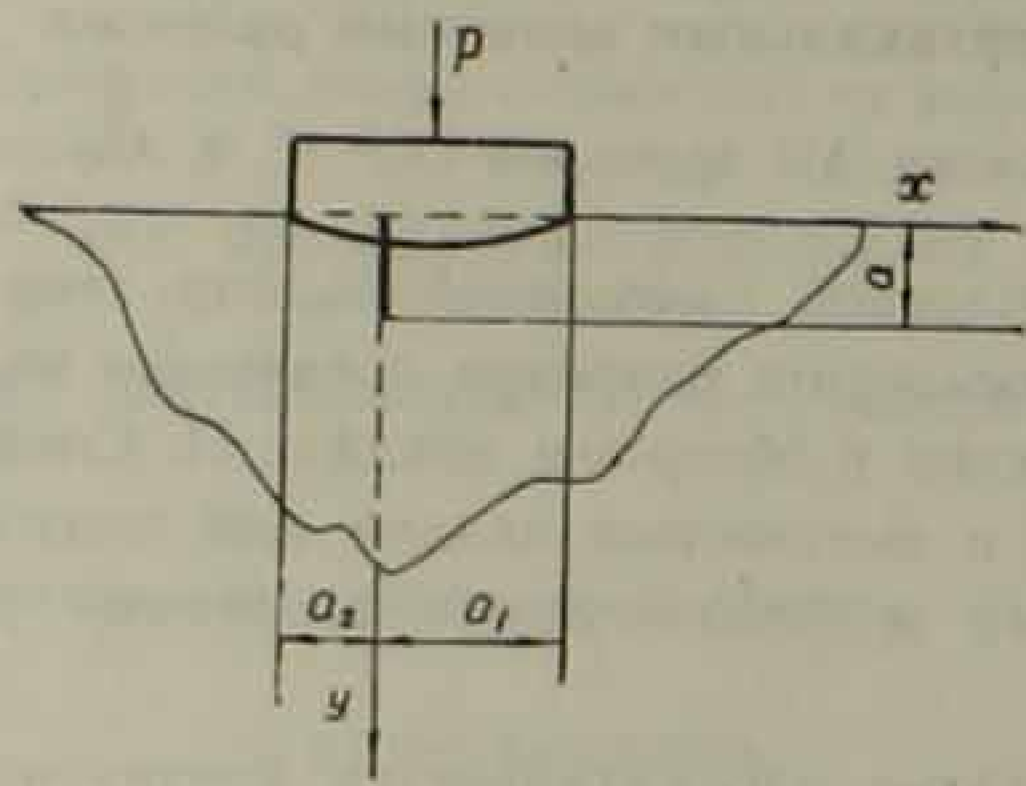

Рис. 1

Граничные условия и условия контакта рассматриваемой задачи имеют вид:

$$\begin{aligned}
&v_1(x;0)=f_1(x)\quad 0<x\leq a_1 && v_2(x,0)=f_2(x)\quad -a_2\leq x<0\\
&\sigma_y^{(1)}(x,0)=0\quad a_1<x<\infty && \sigma_y^{(2)}(x;0)=0\quad -\infty<x<-a_2 \qquad (2)\\
&\tau_{xy}^{(1)}(x;0)=0\quad 0<x<\infty && \tau_{xy}^{(2)}(x;0)=0\quad -\infty<x<0\\
&\sigma_x^{(1)}(0;y)=0\quad 0<y<a && \sigma_x^{(2)}(0,y)=0\quad 0<y<a\\
&\tau_{xy}^{(1)}(0,y)=0\quad 0<y<a && \tau_{xy}^{(2)}(0;y)=0\quad 0<y<a \qquad (3)\\
&\sigma_x^{(1)}(0;y)=\sigma_x^{(2)}(0,y) && u_1(0;y)=u_2(0;y)\\
&\qquad a<y<\infty && a\leq y<\infty \qquad (4)\\
&\tau_{xy}^{(1)}(0,y)=\tau_{xy}^{(2)}(0,y) && v_1(0,y)=v_2(0;y)
\end{aligned}$$

Удовлетворяя условиям (2), (3) и (4), получаем:

$$C_1(\beta)=D_1(\beta);\quad C_2(\beta)=D_2(\beta);\quad A_1(\alpha)=A_2(\alpha) \tag{5}$$

$$B_2(\alpha)=2A_1(\alpha)-B_1(\alpha)-\frac{4}{\pi\alpha}\int_0^\infty\frac{\beta^4}{(\alpha^2+\beta^2)^2}D_1(\beta)d\beta+\frac{4}{\pi\alpha}\int_0^\infty\frac{\beta^4}{(\alpha^2+\beta^2)^2}D_2(\beta)d\beta \tag{6}$$

$$\begin{cases}\int_0^\infty \beta D_1(\beta)\sin(\beta x)d\beta = \dfrac{E}{2} f_1(x) \quad 0 < x < a_1 \\ \int_0^\infty \beta^2 D_1(\beta)\sin(\beta x)d\beta = \int_0^\infty \alpha^2[A_1(\alpha)-2B_1(\alpha)+\alpha x B_1(\alpha)]e^{-\alpha x}d\alpha \quad a_1 < x < \infty\end{cases} \tag{7}$$

$$\begin{cases}\int_0^\infty \beta D_2(\beta)\sin(\beta x)d\beta = \dfrac{E}{2} f_2(x) \quad -a_2 \leqslant x < 0 \\ \int_0^\infty \beta^2 D_2(\beta)\sin(\beta x)d\beta = \int_0^\infty \alpha^2[A_1(\alpha)-2B_1(\alpha)-\alpha x B_2(\alpha)]e^{\alpha x}d\alpha \quad -\infty < x < -a_2\end{cases} \tag{8}$$

$$\begin{cases}\int_0^\infty \alpha^2 A_1(\alpha)\cos(\alpha y)d\alpha = 0 \quad 0 < y < a \\ \int_0^\infty \alpha A_1(\alpha)\cos(\alpha y)d\alpha = \dfrac{1}{2}\int_0^\infty \beta^2 y e^{-\beta y}D_1(\beta)d\beta + \dfrac{1}{2}\int_0^\infty (\nu - 1 + \nu\beta y)e^{-\beta y}\beta D_2(\beta)d\beta \\ \qquad a < y < \infty\end{cases} \tag{9}$$

$$\begin{cases}\int_0^\infty \alpha^2[A_1(\alpha)-B_1(\alpha)]\sin(\alpha y)d\alpha = \int_0^\infty \beta^3 y e^{-\beta y}D_1(\beta)d\beta \quad 0<y<a \\ \int_0^\infty \alpha[A_1(\alpha)-B_1(\alpha)]\sin(\alpha y)d\alpha = \dfrac{2}{\pi}\int_0^\infty \beta^4 \int_0^\infty \dfrac{\sin(\alpha y)\,d\alpha}{(\alpha^2+\beta^2)^2} D_1(\beta)d\beta - \\ \qquad - \dfrac{2}{\pi}\int_0^\infty \beta^4 \int_0^\infty \dfrac{\sin(\alpha y)\,d\alpha}{(\alpha^2+\beta^2)^2} D_2(\beta)\,d\beta \quad a<y<\infty\end{cases} \tag{10}$$

Используя результаты работ [3,9], из (7), (8) и (9) для функций $D_1(\beta)$; $D_2(\beta)$ и $A_1(\alpha)$ получаем

$$\beta D_1(\beta) = \frac{2}{\pi}\int_0^{a_1} \Psi_1(t)J_0(\beta t)\,dt + \frac{2}{\pi}\int_{a_1}^\infty F_1(t)J_0(\beta t)\,dt, \tag{11}$$

$$\beta D_2(\beta) = -\frac{2}{\pi}\int_0^{a_2} \Psi_2(\tau)J_0(\beta\tau)\,d\tau - \frac{2}{\pi}\int_{a_2}^\infty F_2(\tau)J_0(\beta\tau)\,d\tau, \tag{12}$$

$$\alpha A_1(\alpha) = \frac{1}{\pi}\int_a^\infty r\varphi_2(r)J_0(\alpha r)dr, \tag{13}$$

$$\Psi_1(t) = \frac{d}{dt}\frac{E}{2}\int_0^t \frac{x f_1(x)\,dx}{\sqrt{t^2-x^2}}, \tag{14}$$

$$F_1(t) = t\int_0^\infty \alpha^2 A_1(\alpha)K_0(\alpha t)d\alpha - 2t\int_0^\infty \alpha^2 B_1(\alpha)K_0(\alpha t)d\alpha + t^2\int_0^\infty \alpha^3 B_1(\alpha)K_1(\alpha t)d\alpha \tag{15}$$

$$\Psi_2(\tau) = \frac{d}{d\tau}\frac{E}{2}\int\limits_0^\tau \frac{x f_2(-x)dx}{\sqrt{\tau^2-x^2}}, \qquad (16)$$

$$F_2(\tau) = \tau\int\limits_0^\infty \alpha^2 A_1(\alpha) K_0(\alpha\tau)d\alpha - 2\tau\int\limits_0^\infty \alpha^2 B_2(\alpha) K_0(\alpha\tau)d\alpha + \tau^2\int\limits_0^\infty \alpha^3 B_2(\alpha) K_1(\alpha\tau)d\alpha, \quad (17)$$

$$\varphi_2(r) = \int\limits_0^\infty (\beta^2 r K_1(\beta r) - \beta K_0(\beta r))\beta D_1(\beta)d\beta + \int\limits_0^\infty (\nu\beta^2 r K_1(\beta r) - \beta K_0(\beta r))\beta D_2(\beta)d\beta, \quad (18)$$

$K_i(\alpha t)$ —функция Макдональда;
$J_i(\beta t)$ —функция Бесселя первого рода с действительным аргументом.

Для решения „парного“ интегрального уравнения (10), умножая первое из (10) на $y(r^2-y^2)^{-1/2}dy$, проинтегрируем по y от 0 до r. Умножая второе из (10) на $(y^2-r^2)^{-1/2}dy$, проинтегрируем по y от r до бесконечности, потом дифференцируя по r, получаем:

$$\begin{aligned} &\int\limits_0^\infty \alpha[A_1(\alpha) - B_1(\alpha)]\alpha r J_1(\alpha r)d\alpha = r\varphi(r), \quad 0<r<a \\ &\int\limits_0^\infty \alpha\,[A_1(\alpha) - B_1(\alpha)]\,\alpha r J_1(\alpha r)d\alpha = \frac{2}{\pi} r\omega(r), \quad a<r<\infty \end{aligned} \qquad (19)$$

где $$\varphi(r) = \int\limits_0^\infty \beta[L_1(\beta r) - I_1(\beta r) + \beta r I_0(\beta r) - \beta r L_0(\beta r)]\beta D_1(\beta)d\beta \qquad (20)$$

$$\omega(r) = \frac{\pi}{4}\int\limits_0^\infty \beta^2 \left[(L_1(\beta r) + \frac{2}{\pi} - I_1(\beta r)) + (\beta r I_0(\beta r) - \beta r L_0(\beta r) - \frac{2}{\pi})\right] D_1(\beta)\,d\beta -$$

$$- \frac{\pi}{4}\int\limits_0^\infty \beta^2 \left[(L_1(\beta r) + \frac{2}{\pi} - I_1(\beta r)) + (\beta r I_0(\beta r) - \beta r L_0(\beta r) - \frac{2}{\pi})\right] D_2(\beta)d\beta. \qquad (21)$$

$L(x)$ —функции Струве (10).

Используя формулу обращения для преобразования Хенкеля и значения известных интегралов (10), из (19) получаем:

$$\alpha[A_1(\alpha) - B_1(\alpha)] = \int\limits_0^a r\varphi(r) J_1(\alpha r)dr + \frac{2}{\pi}\int\limits_a^\infty r\omega(r) J_1(\alpha r)\,dr \qquad (22)$$

Учитывая (13) из (22) имеем:

$$\alpha B_1(\alpha) = \frac{1}{\pi}\int_a^\infty r\varphi_2(r)J_0(\alpha r)dr - \int_0^a r\varphi(r)J_1(\alpha r)dr - \frac{2}{\pi}\int_a^\infty r\omega(r)J_1(\alpha r)dr. \quad (23)$$

Подставляя значения $\alpha A_1(\alpha)$, $\alpha B_1(\alpha)$ по формулам (13), (23) в (6), получаем:

$$\alpha B_2(\alpha) = \frac{1}{\pi}\int_a^\infty r\varphi_2(r)J_0(\alpha r)dr + \int_0^a r\varphi(r)J_1(\alpha r)dr + \frac{2}{\pi}\int_a^\infty r\omega(r)J_1(\alpha r)dr -$$

$$-\frac{4}{\pi}\int_0^\infty \frac{\beta^4}{(\alpha^2+\beta^2)^2}D_1(\beta)d\beta + \frac{4}{\pi}\int_0^\infty \frac{\beta^4}{(\alpha^2+\beta^2)^2}D_2(\beta)d\beta. \quad (24)$$

Подставляя значения функций $\alpha A_1(\alpha)$, $\alpha B_1(\alpha)$, $\alpha B_2(\alpha)$ по формулам (13), (23), (24), в (15) и (17), и учитывая формулы (11) и (12) для определения $F_1(t)$ и $F_2(\tau)$ получаем систему интегральных уравнений фредгольма второго рода:

$$\begin{aligned} F_1(z) &= \Omega_1(z) + \int_{a_1}^\infty K_1(z;t)F_1(t)dt + \int_{a_2}^\infty K_2(z;\tau)F_2(\tau)d\tau, \\ F_2(z) &= \Omega_2(z) + \int_{a_1}^\infty K_3(z;t)F_1(t)dt + \int_{a_2}^\infty K_4(z;\tau)F_2(\tau)d\tau, \end{aligned} \quad (25)$$

где

$$\Omega_1(z) = \int_0^{a_1} \Psi_1(t)dt\left[\frac{2}{\pi^2}z\int_a^\infty \frac{r(r^2-t^2)}{(r^2+t^2)^3}\,\frac{z^2-r^2}{(r^2+z^2)^2}dr - \frac{2}{\pi}\int_0^a rdr\int_0^\infty \alpha^2 z^2 K_1(\alpha z) -\right.$$

$$-2z\alpha K_0(\alpha z))J_1(\alpha r)\,d\alpha\int_0^\infty \omega_1(\beta, r)J_0(\beta t)d\beta - \frac{1}{\pi}\int_a^\infty rdr\int_0^\infty \alpha^2 z^2 K_1(\alpha z) -$$

$$\left.2\alpha z K_0(\alpha z))J_1(\alpha r)\,d\alpha\int_0^\infty \omega_2(\beta;\, r)J_0(\beta t)\,d\beta\right| + \int_0^{a_2}\Psi_2(\tau)d\tau\left[\frac{2}{\pi^2}z\int_a^\infty r\left(\frac{1}{r^2+\tau^2} -\right.\right.$$

$$-2\nu\frac{r^2}{(r+\tau^2)^2}\bigg)\frac{z^2-r^2}{(r^2+z^2)^2}dr - \frac{1}{\pi}\int_a^\infty rdr\int_0^\infty(\alpha^2 z^2 K_1(\alpha z) -$$

$$-2\alpha z K_0(\alpha z))J_1(\alpha r)d\alpha\int_0^\infty \omega_2(\beta; r)J_0(\beta\tau)d\beta,$$

$$\Omega_2(z)=\int_0^{a_1}\Psi_1(t)dt\left[\frac{2}{\pi^2}z\int_a^\infty\frac{r(r^2-t^2)}{(r^2+t^2)^2}\frac{z^2-r^2}{(r^2+z^2)^2}dr+\frac{2}{\pi}\int_0^a rdr\int_0^\infty(\alpha^2z^2K_1(\alpha z)-\right.$$

$$-2\alpha zK_0(\alpha z))J_1(\alpha r)d\alpha\int_0^\infty\omega_2(\beta;r)J_0(\beta t)d\beta+\frac{1}{\pi}\int_a^\infty rdr\int_0^\infty(\alpha^2z^2K_1(\alpha z)-$$

$$-2\alpha zK_0(\alpha z))J_1(\alpha r)d\alpha\int_0^\infty\omega_2(\beta;r)J_0(\beta t)d\beta-\frac{4}{\pi}\int_0^\infty\left(K_0(\alpha t)-\frac{\alpha t}{2}K_1(\alpha t)\right)(\alpha^2z^2K_1(\alpha z)-$$

$$\left.-2\alpha zK_0(\alpha z))d\alpha\right]+\int_0^{a_1}\Psi_2(\tau)d\tau\left[\frac{2}{\pi^2}z\int_a^\infty r\left(\frac{1}{r^2+\tau^2}-2\nu\frac{r^2}{(r^2+\tau^2)^2}\right)\frac{z^2-r^2}{(r^2+z^2)^2}dr+\right.$$

$$+\frac{1}{\pi}\int_a^\infty rdr\int_0^\infty(\alpha^2z^2K_1(\alpha z)-2\alpha zK_0(\alpha z))J_1(\alpha r)d\alpha\int_0^\infty\omega_2(\beta;r)J_0(\beta t)d\beta-$$

$$\left.-\frac{4}{\pi}\int_0^\infty\left(K_0(\alpha\tau)-\frac{\alpha\tau}{2}K_1(\alpha\tau)\right)(\alpha^2z^2K_1(\alpha z)-2\alpha zK_0(\alpha z)\,d\alpha\right],$$

$$K_1(z;t)=\frac{2}{\pi^2}\int_a^\infty\frac{r(r^2-t^2)}{(r^2+t^2)^2}\,\frac{z(z^2-r^2)}{(r^2+z^2)^2}\,dr-$$

$$-\frac{2}{\pi}\int_0^a rdr\int_0^\infty\left|\alpha^2z^2K_1'(\alpha z)-2\alpha zK_0(\alpha z)\right|J_1(\alpha r)d\alpha\int_0^\infty\omega_1(\beta;r)J_0(\beta t)d\beta-$$

$$-\frac{1}{\pi}\int_a^\infty rdr\int_0^\infty\left|\alpha^2z^2K_1(\alpha z)-2\alpha zK_0(\alpha z)\right|J_1(\alpha r)d\alpha\int_0^\infty\omega_2(\beta;\ r)J_0(\beta t)d\beta,$$

$$K_2(z;\tau)=\frac{2}{\pi^2}\int_a^\infty r\left[\frac{1}{r^2+\tau^2}2\nu\ \frac{r^2}{(r^2+\tau^2)^2}\right]\frac{z(z^2-r^2)}{(r^2+z^2)^2}\,dr-$$

$$-\frac{1}{\pi}\int_a^\infty rdr\int_0^\infty\left|\alpha^2r^2K_1(\alpha z)-2\alpha zK_0(\alpha z)\right|J_1(\alpha r)d\alpha\int_0^\infty\omega_2(\beta;r)J_0(\beta\tau)d\beta,$$

$$K_3(z,t)=\frac{2}{\pi^2}z\int_a^\infty\frac{r(r^2-t^2)}{(r^2+t^2)^2}\,\frac{z^2-r^2}{(r^2+z^2)^2}\,dr+$$

$$+\frac{2}{\pi}\int_0^a rdr\int_0^\infty\left|\alpha^2t^2K_1(\alpha z)-2\alpha zK_0(\alpha z)\right|J_1(\alpha r)d\alpha\int_0^\infty\omega_1(\beta,r)J_0(\beta t)d\beta+$$

$$+\frac{1}{\pi}\int_a^\infty rdr\int_0^\infty\left[\alpha^2z^2K_1(\alpha z)-2\alpha zK_0(\alpha z)\right]J_1(\alpha r)d\alpha\int_0^\infty\omega_2(\beta,t)J_0(\beta t)d\beta-$$

$$-\frac{4}{\pi}\int_0^\infty\left[K_0(\alpha t)-\frac{\alpha t}{2}K_1(\alpha t)\right]\left[\alpha^2z^2K_1(\alpha z)-2\alpha zK_0(\alpha z)\right]d\alpha,$$

$$K_4(z,\tau)=\frac{2}{\pi^2}z\int_a^\infty r\left[\frac{1}{r^2+\tau^2}-2\nu\frac{r^2}{(r^2+\tau^2)^2}\right]\frac{z^2-r^2}{(r^2+z^2)^2}dr$$

$$+\frac{1}{\pi}\int_a^\infty rdr\int_0^\infty\left[\alpha^2z^2K_1(\alpha z)-2\alpha zK_0(\alpha z)\right]J_1(\alpha r)d\alpha\int_0^\infty\omega_2(\beta;r)J_0(\beta\tau)d\beta-$$

$$-\frac{4}{\pi}\int_0^\infty\left[K_0(\alpha\tau)-\frac{\alpha\tau}{2}K_1(\alpha\tau)\right]\left[\alpha^2z^2K_1(\alpha z)-2\alpha zK_0(\alpha z)\right]d\alpha.$$

Систему (25) можно решить методом последовательных приближений, так как доказывается, что

$$\int_0^\infty|K_1(z;t)|\,dz+\int_0^\infty|K_2(z;\tau)|dz<1,$$

$$\int_0^\infty|K_3(z;t)|\,dz+\int_0^\infty|K_4(z;\tau)|dz<1,$$

а функции $\Omega_1(z)$ и $\Omega_2(z)$ ограничены сверху и стремятся к нулю, когда $z\to\infty$. Решая систему (25), получаем выражение функции $F_1(t)$ и $F_2(\tau)$. Далее по формулам (11), (12), (13), (23) и (24) последовательно можно определить все искомые функции.

Напряжения и перемещения по известным формулам определены в любой точке полуплоскости.

Нормальные напряжения $\sigma_y^{(1)}(x,0)$, $\sigma_y^{(2)}(x,0)$ под штампом $(y=0)$, выраженные через функцию $F_1(t)$ и $F_2(\tau)$ определяются по формулам:

$$\sigma_y^{(1)}(x,0)=\frac{2}{\pi}\frac{x}{a_1\sqrt{a_1^2-x^2}}\left[\Psi_1(a_1)+F_1(a_1)\right]+W_1(x),\qquad(26)$$

$$\sigma_y^{(2)}(x,0)=\frac{2}{\pi}\frac{x}{a_2\sqrt{a_2^2-x^2}}\left[\Psi_2(a_2)+F_2(a_2)\right]+W_2(x),\qquad(27)$$

где $W_j(x)$ $(j=1,2)$ — регулярные функции.

Нормальные перемещения вне штампа $(y=0)$, выраженные через функцию $F_1(t)$ и $F_2(\tau)$, определяются по формулам:

$$v_1(x,0)=\frac{4}{\pi E}\int_0^{a_1}\frac{\Psi_1(t)dt}{\sqrt{x^2-t^2}}+\frac{4}{\pi E}\int_{a_1}^\infty\frac{F_1(t)dt}{\sqrt{x^2-t^2}},\quad a_1\leqslant x<\infty\qquad(28)$$

$$v_2(x,0) = \frac{4}{\pi E}\int_0^{a_2}\frac{\Psi_2(\tau)d\tau}{\sqrt{x^2-\tau^2}} + \frac{4}{\pi E}\int_{a_2}^{\infty}\frac{F_2(\tau)d\tau}{\sqrt{x^2-\tau^2}}, \quad -\infty < x < -a_2.$$

Напряжения $\sigma_x^{(1)}(0, y) = \sigma_x^{(2)}(0, x)$ вне разреза на линии $(x = 0)$ выраженные через функции $F_1(t)$ и $F_2(\tau)$ определяются по формулам:

$$\sigma_x^{(1)}(0, y) = \sigma_x^{(2)}(0, y) = \frac{2}{\pi}\frac{\varphi_2(a)}{\sqrt{y^2-a^2}}y + \frac{2}{\pi}y\int_a^y\frac{\varphi_2'(r)dr}{\sqrt{y^2-r^2}} \quad a < y < \infty.$$

Формулы (26) — (29) определяют напряжения и пермещение для заданных величин контакта и разреза a, a_1, a_2.

Если эти величны не заданы то их можно определить из условия непрерывности нормальных напряжений ([11]), что выражается трансцендентными уравнениями

$$\Psi_1(a_1) + F_1(a_1) = 0. \qquad \Psi_2(a_2) + F_2(a_2) = 0. \qquad \varphi_2(a) = 0$$

Институт механики
Академии наук Армянской ССР
Ереванский политехнический институт
имени К. Маркса

Վ. Ս. ՏՈՆՈՅԱՆ, Հ. Ֆ. ՄԻՆԱՍՅԱՆ

Ուղղաձիգ վերջավոր երկարության ճեղքով կիսահարթության ոչ համաչափ կոնտակտային խնդիրը

Դիտարկվում է հորիզոնական եզրից սկսած ուղղաձիգ վերջավոր երկարության ճեղք ունեցող առաձգական, իզոտրոպ կիսահարթության ոչ համաչափ կոնտակտային խնդիրը։ Կիսահարթության եզրին ճնշում է, ճեղքի առանցքի նկատմամբ ոչ համաչափ դասավորված, կամայական հիմքով կոշտ դրոշմը։ Ենթադրվում է, որ շփումը դրոշմի և կիսահարթության միջև բացակայում է։ Պարզության համար ընդունված է, որ կիսահարթության եզրը՝ դրոշմից դուրս ազատ է լարումներից, ինչպես նաև ճեղքի եզրերում լարումները բացակայում են։ Ճեղքից դուրս ուղղաձիգ ուղղությամբ տված են կոնտակտի պայմաններ։

Խնդրի լուծումը բերվում է չորս, «զույգ» ինտեգրալ հավասարումներից բաղկացած սիստեմի լուծման, որոնց լուծումը հանգում է Ֆրեդհոլմի երկրորդ սեռի երկու ինտեգրալ հավասարումներից բաղկացած սիստեմի լուծմանը։

Վերջին հավասարումների սիստեմը կարելի է լուծել հաջորդական մոտավորությունների եղանակով։

Ստացված են նաև կոնտակտի և ճեղքի չափերը որոշող տրանսցենդենտ հավասարումներ։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *И. Снеддон.* Периодический сб. переводов иностранных статей, Механика, т. 119 № 1, Ш—122 (1970). [2] *В. С. Тоноян, С. А. Мелкумян,* ДАН АрмССР, т. LI, № 3 (1970). [3] *С. Мелкумян,* ДАН АрмССР, т. LV, № 2 (1972). [4] *A. Chakrabarti,* —Int. J. Eng Sci., vol. 7, N1, pp 81—91. (1969). [5] *I. P. Sneddon, S. C Das* Int. J. Eng. Sci., v. 9, N1, pp 25—36 (1971). [6] *M. P. Stallybrass* Int. J. End. Sci., v. 8, 1970, N3, 351—362, v. 9, N1, pp 133—150 (1971). [7] *W. T. Koiter,* J. Appl. Mech., v. 32, N1, p. 237 (1965). [8] *Н. И. Мусхелишвили.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. Изд. „Наука", 1966. [9] *В. С. Тоноян* „Известия АН Арм. ССР" Механика, т. XXI, №3 (1968). [10] *И. С. Градштейн И. М. Рыжик,* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Физматгиз, М., 1962 [11] *А. А. Баблоян, М. Г. Мелконян,* „Известия АН Арм. ССР", Механика, т. ХХУП, №5 (1974).