ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXX 1980 3

УДК 532.135

МЕХАНИКА

Академик АН Армянской ССР А. Г. Назаров

Об одной реологической модели

(Представлено 24/I 1980)

Рассмотрим следующую зависимость между напряжением, деформацией и скоростью деформации в комплексной форме:

$$\sigma^* = E^* \varepsilon^* + \eta^* \frac{d\varepsilon^*}{dt}. \tag{1}$$

Здесь

σ^*—комплексное напряжение;

ε^*—комплексная деформация;

E^*—комплексный модуль упругости;

η^*—комплексный коэффициент ньютоновской вязкости.

Положим, что комплексная деформация меняется во времени по гармоническому закону

$$\varepsilon^* = \varepsilon_0 e^{i\omega t} = \varepsilon_0(\cos\omega t + i\sin\omega t), \tag{2}$$

где ε_0—амплитуда деформации; ω—круговая частота колебаний.

Скорость деформации определится так:

$$\frac{d\varepsilon^*}{dt} = \varepsilon_0 i\omega e^{i\omega t} = \varepsilon_0(i\omega\cos\omega t - \omega\sin\omega t). \tag{3}$$

Комплексный модуль упругости E^* и комплексный коэффициент η^* ньютоновской вязкости представим в следующих видах:

$$E^* = E_0 e^{i\alpha} = E_0(\cos\alpha + i\sin\alpha); \tag{4}$$

$$\eta^* = \eta_0 e^{i\beta} = \eta_0(\cos\beta + i\sin\beta). \tag{5}$$

Подставляя значения (2), (3), (4) и (5) в (1), получим:

$$\sigma^* = E_0\varepsilon_0[(\cos\alpha\cos\omega t - \sin\alpha\sin\omega t) + i(\sin\alpha\cos\omega t + \cos\alpha\sin\omega t)] -$$
$$- \eta_0\varepsilon_0\omega[(\cos\beta\sin\omega t + \sin\beta\cos\omega t) + i(-\sin\beta\sin\omega t + \cos\beta\cos\omega t)]. \tag{6}$$

Пусть вещественная часть от σ^* будет

$$\mathrm{Re}\,\sigma^* = \sigma.$$

Тогда

$$\sigma = E_0\varepsilon_0[(\cos\alpha - \mu\omega\sin\beta)\cos\omega t - (\sin\alpha + \mu\omega\cos\beta)\sin\omega t], \tag{7}$$

где
$$\mu = \frac{\gamma_0}{E_0}. \tag{8}$$

Правую часть (7) разделим и помножим на множитель

$$k = \sqrt{(\cos\alpha - \mu\omega\sin\beta)^2 + (\sin\alpha + \mu\omega\cos\beta)^2} =$$
$$= \sqrt{1 + 2\mu\omega\sin(\alpha - \beta) + \mu^2\omega^2}. \tag{9}$$

Тогда можно записать:

$$\frac{\cos\alpha - \mu\omega\sin\beta}{\sqrt{(\cos\alpha - \mu\omega\sin\beta)^2 + (\sin\alpha + \mu\omega\cos\beta)^2}} = \cos\gamma; \tag{10}$$

$$\frac{\sin\alpha + \mu\omega\cos\beta}{\sqrt{(\cos\alpha - \mu\omega\sin\beta)^2 + (\sin\alpha + \mu\omega\cos\beta)^2}} = \sin\gamma. \tag{11}$$

Подставляя (9), (10) и (11) в (7), получим:

$$\sigma = kE_0\varepsilon_0\cos(\omega t + \gamma). \tag{12}$$

Левая часть выражения (12) есть внешнее напряжение. Правая часть выражения (12) представляет собой внутреннее напряжение, обусловленное упругими силами и реологическим сопротивлением.

Известно, что фазовый угол α выражения (4) представляет собой меру рассеяния энергии в гипотезе Е. С. Сорокина. Полнее α есть поглощение энергии, отнесенное к единице объема материала, к единице потенциальной энергии и к единице дуги полного цикла монохроматического колебания. Для обычных материалов фазовый угол α достаточно мал, поэтому с достаточной точностью можно принять в выражении (12) ([1])

$$\sigma_0 = E_0\varepsilon_0, \tag{13}$$

где σ_0—амплитуда упругого напряжения.

В результате из (9) следует, что

$$|\sigma|_{max} = k\sigma_0, \tag{14}$$

где k является функцией $\mu\omega$ и $(\alpha - \beta)$

$$k = \sqrt{1 + 2\mu\omega\sin(\alpha - \beta) + \mu^2\omega^2}. \tag{9}$$

Интерес представляют случаи, когда $k > 1$, т. е. $|\sigma_{max}| > \sigma_0$. Это означает, что максимальное значение внешних сил уравновешивается не только максимальным значением упругого сопротивления σ_0, но и максимальным реологическим сопротивлением, определяемым множителем $k > 1$.

Иначе, при $k > 1$ динамическое сопротивление внешнему воздействию возрастает, и, наоборот, при $k < 1$ динамическое сопротивление внешнему воздействию убывает.

Если фазовые углы α и β совпадают, то

$$k = \sqrt{1 + \mu^2\omega^2} > 1.$$

При малых фазовых углах также

$$k > 1.$$

Если $\mu\omega$ достаточно велико, то

$$k \sim \mu\omega.$$

Не исключена возможность, что рассматриваемая реологическая модель может быть принята за гипотезу для объяснения повышения динамического сопротивления конструкций, в частности, при сейсмических нагрузках.

Институт геофизики и
инженерной сейсмологии
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ

Մեկ ռեոլոգիական մոդելի մասին

Դիտարկելով լարումների և դեֆորմացիաների միջև եղած կապը, կոմպլեքս տեսքով ցույց է տրվում, որ ուժերի դինամիկական ազդեցության դեպքում արտաքին σ լարումների մաքսիմում արժեքն առաձգական դիմադրության σ մաքսիմումի միջոցով արտահայտվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$\sigma_{max} = k\sigma_0 = \sigma_0\sqrt{1 + 2\mu\omega\sin(\alpha - \beta) + \mu^2\omega^2}.$$

Կախված k գործակցի արժեքից, սիստեմի դինամիկական դիմադրողականությունը կարող է մեծանալ կամ փոքրանալ։ Դիտարկված ռեոլոգիական մոդելը կարելի է ընդունել որպես հիպոթեզ կոնստրուկցիաների դինամիկական դիմադրողականության բարձրացման երևույթը բացատրելու համար, որը մասնավորապես կիրառելի է նաև սեյսմիկ ազդեցությունների դեպքում։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1 *А. Г. Назаров*, Метод инженерного анализа сейсмических сил. Изд-во АН АрмССР, Ереван, 1959.